Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences
Semlalia-Marrakech
Département de Physique

Année Universitaire 2017/2018

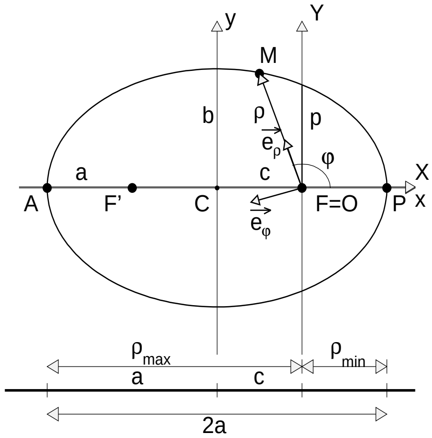
Corrigé du Contrôle de Rattrapage
Mécanique du Point Matériel - Filière SMIA/S1
Temps imparti : 2 heures

Considérer toute réponse correcte autre que celle proposée en respectant la note qui lui est réservée.

Corrigé : Questions de cours (3 points)

On rappelle que la trajectoire d'un point matériel M dans un champs de force central est une conique d'équation, en coordonnées polaires (ρ, φ), $\rho = \frac{p}{1+e\cos(\varphi-\varphi_0)}$ où $p =$ et e l'excentricité de la conique. On note par $\mathcal{R}(O, XYZ)$ un référentiel galiléen et que le mouvement de M a lieu dans le plan (Oxy).

1. le mouvement de M est une ellipse si l'excentricité de l'ellipse vérifie $1 < e < 1$ **0.25pt**.
   Le choix $\phi_0 = 0$ correspond à la situation où les axes de symétries de l'ellipse sont respectivement (Ox) et (Oy) **0.25pt**.
2. On considère dans la suite que le mouvement est elliptique et que $\varphi_0 = 0$. Soit $\mathcal{R}'(C, xyz)$ un réferentiel immobile par rapport à $\mathcal{R}$ où C est le centre de l'ellipse, voir figure ci-contre.
   On rappelle que pour une ellipse, la relation $|FM| + |F'M| = 2a$ est toujours vérifiée quelque soit la position de M sur l'ellipse.



a. Calculons l'équation de la trajectoire dans le référentiel $\mathcal{R}(F, xyz)$, sachant que

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \rho^2 & = & x^2 + y^2 \\ \rho & = & p - e\rho\cos\theta = p - ex \end{array} \right.$$

ce qui donne

$$\begin{array}{rrcl} \rho^2 = (p-ex)^2 & \Longrightarrow \quad x^2 + y^2 & = & p^2 - 2epx + e^2x^2 \\ & \Longrightarrow \quad x^2(1-e^2) + 2epx + y^2 & = & p^2 \\ & \Longrightarrow \quad x^2 + 2\frac{ep}{1-e^2}x + \frac{y^2}{1-e^2} & = & \frac{p^2}{1-e^2} \\ & \Longrightarrow \quad \left(x + \frac{ep}{1-e^2}\right)^2 + \frac{y^2}{1-e^2} & = & \frac{p^2}{1-e^2} + \frac{e^2p^2}{(1-e^2)^2} \\ & \Longrightarrow \quad \left(x + \frac{ep}{1-e^2}\right)^2 + \frac{y^2}{1-e^2} & = & \frac{p^2}{(1-e^2)^2} \end{array}$$

L'équation dans le référentiel $\mathcal{R}'(C, XYZ)$ s'obtient en procédant au changement de variable

$$\left\{ \begin{array}{lcl} X & = & x + \frac{ep}{1-e^2} \quad (e \neq 1) \\ Y & = & y. \end{array} \right.$$

L'équation prend la forme suivante en divisant par $p^2/(1-e^2)^2$,

$$\frac{X^2}{\frac{p^2}{(1-e^2)^2}} + \frac{Y^2}{\frac{p^2}{1-e^2}} = 1. \quad \textbf{1.0pt}$$

b. Calcul des paramètres géométriques de l'ellipse :

$\underline{\rho_{min}}$:

$$\rho_{min} = \rho(\varphi = 0) \Longrightarrow \rho_{min} = \frac{p}{1 + e\cos(0)} = \frac{p}{1+e} \quad \textbf{0.25pt}$$

$\underline{\rho_{max}}$:

$$\rho_{max} = \rho(\varphi = \pi) \Longrightarrow \rho_{max} = \frac{p}{1 + e\cos(\pi)} = \frac{p}{1-e} \quad \textbf{0.25pt}$$

$\underline{a \text{ et } b}$: on utilise l'équation de la conique dans le référentiel $\mathcal{R}'(C, XYZ)$ ce qui permet d'écrire

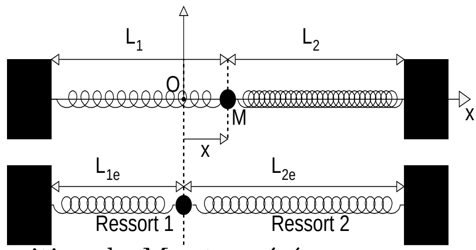
$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = \frac{X^2}{\frac{p^2}{(1-e^2)^2}} + \frac{Y^2}{\frac{p^2}{1-e^2}} = 1 \Longrightarrow a = \frac{p}{1-e^2} \quad \textbf{0.25pt} \quad \text{et} \quad b = \frac{p}{\sqrt{1-e^2}} \quad \textbf{0.25pt}.$$

$\underline{c}$: la distance du foyer de l'ellipse F au centre C est donnée par

$$c = a - \rho_{min} = a - \frac{p}{1+e} = a - a\frac{1-e^2}{1+e} = a - a(1-e) \Longrightarrow c = ea = \frac{ep}{1-e^2}. \quad \textbf{0.5pt}$$

Corrigé : Système oscillant à deux ressorts (6 points)

Un point matériel M de masse m, attaché de chaque côté à deux ressorts de constantes de raideur respectives k_1 et k_2 et de longueurs à vide L_{01} et L_{02}. M se déplace sans frottement selon l'axe horizontal (Ox) d'un repère $\mathcal{R}(O, xyz)$ considéré galiléen, voir figure ci-contre. A l'équilibre, les ressorts ont respectivement une longueur L_{1e} et L_{2e} et M est confondu avec O.



On écarte M de sa position d'équilibre et on le lache sans vitesse initiale. La position de M est repérée par x.

1. Soient $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ la base cartésienne de $\mathcal{R}$. Les forces appliquées à M sont le poids $m\vec{g} = -mg\vec{j}$, la réaction normale $\vec{R} = R_N\vec{j}$, puisque les frottements sont négligeables, et les deux forces de rappels $\vec{F_1} = -k_1(L_{1e} - L_{01})\vec{i}$ et $\vec{F_2} = +k_2(L_{2e} - L_{02})\vec{i}$. Notons que si le ressort (1) est comprimé le ressort (2) est étiré et que $\vec{F_1}$ et $\vec{F_2}$ sont toujours de sens opposé. Comme M est en équilibre alors la somme des forces est nulle et donc

$$-[k_1(L_{1e} - L_{01}) - k_2(L_{2e} - L_{02})]\vec{i} + (R_N - mg)\vec{j} = 0$$

et par projection sur l'axe (Ox), nous obtenons

$$k_1(L_{1e} - L_{01}) = k_2(L_{2e} - L_{02}) \quad \textbf{0.5pt}$$

qui n'est d'autre que la relation recherchée.

2. On note par L_1 et L_2 les allongements à l'instant t respectivement des ressorts (1) et (2).

a. Nous avons $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} \Longrightarrow \vec{V}(M/\mathcal{R}) = \dot{x}\vec{i}$. L'énergie cinétique est ainsi égale à $E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ **0.5pt**.

b. Les forces appliquées à M sont $-mg\vec{j}$, $\vec{R}=R_N\vec{j}$, $\vec{F_1}=-k_1\left(L_1-L_{01}\right)\vec{i}$ et $\vec{F_2}=-k_2\left(L_2-L_{02}\right)\vec{i}$. Comme le déplacement se fait le long de l'axe (Ox), alors $d\overrightarrow{OM}=dx\vec{i}$ alors

$$\begin{aligned}
\delta W(-mg\vec{j}) &= -mgdx\vec{j}\cdot\vec{i}=0 \quad \textbf{0.25pt}\\
\delta W(R_N\vec{j}) &= R_N\vec{j}\cdot\vec{i}=0 \quad \textbf{0.25pt}\\
\delta W(\vec{F_1}) &= -k\left(L_1-L_{01}\right)\vec{i}\cdot\vec{i}\neq 0 \quad \textbf{0.25pt}\\
\delta W(\vec{F_2}) &= -k\left(L_2-L_{02}\right)\vec{i}\cdot\vec{i}\neq 0 \quad \textbf{0.25pt}
\end{aligned}$$

et donc seules les forces de rappel travaillent.

c. Nous avons, en utilisant l'indication donnée

$$E_{p1} = \frac{1}{2}k_1\left(L_1-L_{01}\right)^2 \text{ et } E_{p2}=\frac{1}{2}k_2\left(L_2-L_{02}\right)^2. \quad \textbf{0.25pt}$$

En explicitant les expressions ci-dessus, nous obtenons

$$\begin{aligned}
E_{p1} &= \frac{1}{2}k_1\left(L_1-L_{1e}+L_{1e}-L_{01}\right)^2\\
&= \frac{1}{2}k_1\left[\left(L_1-L_{1e}\right)^2+\left(L_{1e}-L_{01}\right)^2+2\left(L_1-L_{1e}\right)\left(L_{1e}-L_{01}\right)\right]\\
&= \frac{1}{2}k_1\left[x^2+\left(L_{1e}-L_{01}\right)^2+2x\left(L_{1e}-L_{01}\right)\right] \quad \textbf{0.25pt}
\end{aligned}$$

où $x=L_1-L_{1e}$. De même

$$E_{p2} = \frac{1}{2}k_2\left[x^2+\left(L_{2e}-L_{02}\right)^2-2x\left(L_{2e}-L_{02}\right)\right] \quad \textbf{0.25pt}$$

sachant que $L_2-L_{2e}=-x$. Ce qui donne pour l'énergie potentielle

$$\begin{aligned}
E_{p1}+E_{p2} &= \frac{1}{2}\left(k_1+k_2\right)x^2+\left[k_1\left(L_1-L_{1e}\right)-k_2\left(L_2-L_{2e}\right)\right]x+\frac{1}{2}k_1\left(L_{1e}-L_{01}\right)^2+\frac{1}{2}k_2\left(L_{2e}-L_{21}\right)^2\\
&= \frac{1}{2}\left(k_1+k_2\right)x^2+\frac{1}{2}k_1\left(L_{1e}-L_{01}\right)^2+\frac{1}{2}k_2\left(L_{2e}-L_{21}\right)^2. \quad \textbf{0.75pt}
\end{aligned}$$

L'énergie mécanique est ainsi égale à

$$\begin{aligned}
E_m &= E_c+E_{p1}+E_{p2}\\
&= \frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}\left(k_1+k_2\right)x^2+\frac{1}{2}k_1\left(L_{1e}-L_{01}\right)^2+\frac{1}{2}k_2\left(L_{2e}-L_{21}\right)^2 \quad \textbf{0.25pt}
\end{aligned}$$

et qui n'est d'autre que la relation recherchée.

d. Comme les forces qui travaillent sont conservatives, alors l'énergie mécanique est une intégrale première et donc

$$\begin{aligned}
\frac{dE_m}{dt} &= 0 \quad \textbf{0.25pt}\\
\Longrightarrow m\dot{x}\ddot{x}+\left(k_1+k_2\right)x\dot{x} &= 0\\
\Longrightarrow \ddot{x}+\frac{k_1+k_2}{m}x &= 0 \text{ puisque } \dot{x}\neq 0. \quad \textbf{0.25pt}
\end{aligned}$$

l'équation du mouvement est une équation différentielle de second ordre à coefficients constants et sans second membre. L'équation caractéristique est $r^2 + \frac{k_1+k_2}{m} = 0 \Longrightarrow r_\pm = \pm i\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}} = \pm i\omega_0$ La solution générale est

$$x(t) = Ae^{+i\omega_0 t} + Be^{-i\omega_0 t} \quad \textbf{0.25pt}$$

où A et B sont déterminées à partir des conditions initiales comme suit

$$\begin{aligned} A+B &= x(0) = x_0 \\ i\omega_0(A-B) &= \dot{x}(t=0) = 0 \Longrightarrow A = B = \frac{x_0}{2} \end{aligned}$$

d'où $x(t) = \frac{x_0}{2}\left(e^{i\omega_0} + e^{-i\omega_0 t}\right) = \frac{x_0}{2} \times 2\cos\omega_0 t = x_0\cos\omega_0 t$. **1.0pt** La fréquence est donc $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}$. **0.5pt**

Corrigé : Confinement d'un électron (11 points)

On cherche à piéger un électron dans une petite région de l'espace à l'aide d'un champ électromagnétique, on parle alors de confinement d'un électron.[1] Le mouvement de l'électron, de masse m et de charge $-e$, est étudié dans un référentiel $\mathcal{R}(O,xyz)$, considéré galiléen, muni de la base cartésienne $\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. La position de l'électron est repérée par les coordonnées cartésiennes (x,y,z). A l'instant initial, l'électron se trouve en O avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0z}\vec{k}$. **On néglige le poids de l'électron dans la suite du problème**.

1. *Partie I : Mouvement de l'électron dans un champ magnétique uniforme :*

   L'électron se déplace dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{k}$, $B > 0$. Il est soumis à la force $\vec{F}_B = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$, où $\vec{v}$ est la vitesse de l'électron dans $\mathcal{R}$. On pose $\omega_c = \frac{eB}{m}$.

   a. La seule force à laquelle l'électron est soumis est la force magnétique. Le PFD donne, étant donné que $\mathcal{R}$ est galiléen,

$$\begin{aligned} m\left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_{\mathcal{R}} &= -e\vec{v}\wedge\vec{B} \\ \Longrightarrow \left.\frac{d\vec{v}}{dt}\right|_{\mathcal{R}} &= \frac{eB}{m}\vec{k}\wedge\vec{v}. \\ &= \frac{d\|\vec{v}\|}{dt}\frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} + \vec{\Omega}(\vec{v}/\mathcal{R})\wedge\vec{v} \\ \Longrightarrow \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} &= 0. \Longrightarrow \|\vec{v}\| \text{ est constante.} \quad \textbf{0.5pt} \end{aligned}$$

   b. Comme la force magnétique n'a pas de composante selon l'axe (Oz) **0.25pt**, puisqu'elle est perpendiculaire à $\vec{B} = B\vec{k}$, alors la projection du PFD selon (Oz) donne

$$m\ddot{z} = 0 \quad \textbf{0.25pt} \Longrightarrow \dot{z} = Cst = \dot{z}(t=0) = v_{0z} \quad \textbf{0.25pt} \Longrightarrow z(t) = v_{0z}t + z(t=0) = v_{0z}t. \quad \textbf{0.25pt}$$

   Le mouvement selon (Oz) est un mouvement rectiligne uniforme. **0.25pt**

   c. On s'intéresse à la projection du mouvement de l'électron dans le plan (Oxy).

1. Pour que l'électron soit confiné, il suffit que son mouvement soit borné, c'est à dire les valeurs prises par ses coordonnées soit bornées dans la petite région de l'espace.

c.1. L'expression de la force magnétique est

$$\begin{aligned} -e\vec{v}\wedge B\vec{k} &= -eB\left(v_x\vec{i}+v_y\vec{j}+v_z\vec{k}\right)\wedge\vec{k} = -eB\left(-v_x\vec{j}+v_y\vec{i}\right) \\ &= -eB\left(v_y\vec{i}-v_x\vec{y}\right) \end{aligned}$$

Les projections du PFD sur les axes (Ox) et (Oy) donne

$$\begin{aligned} m\frac{dv_x}{dt} &= -eBv_y \Longrightarrow \frac{dv_x}{dt} = -\frac{eB}{m}v_y \quad \textbf{0.25pt} \\ m\frac{dv_y}{dt} &= eBv_x \quad \textbf{0.25pt} \Longrightarrow \frac{d^2v_y}{dt^2} = \frac{eB}{m}\frac{dv_x}{dt} = \left(\frac{eB}{m}\right)^2 v_y \\ \Longrightarrow \frac{d^2v_y}{dt^2}+\left(\frac{eB}{m}\right)^2 v_y &= 0 \quad \textbf{0.25pt} \end{aligned}$$

Cette dernière est une équation différentielle de second ordre à coefficients constants et sans second membre. La solution est alors

$$v_y(t) = A\sin\left(\frac{eB}{m}t-\varphi_0\right)$$

Nous avons également $v_x(t) = \frac{m}{eB}\frac{dv_y}{dt} = A\cos(\frac{eB}{m}t-\varphi_0)$. Nous avons $v_y(0) = 0 = -A\sin\varphi_0 \Longrightarrow \varphi_0 = 0$. De même $v_x(0) = v_{0x} = A$ ce qui donne pour les solutions

$$\begin{aligned} v_x(t) &= v_{0x}\cos\left(\frac{eB}{m}t\right) \quad \textbf{0.5pt} \\ v_y(t) &= v_{0x}\sin\left(\frac{eB}{m}t\right). \quad \textbf{0.5pt} \end{aligned}$$

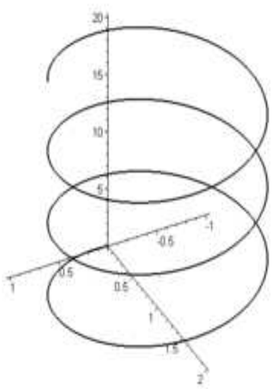
c.2. Nous en déduisons

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x(t) \Longrightarrow x(t) = v_{0x}\frac{eB}{m}\sin\left(\frac{eB}{m}t\right) + x(t=0) = \frac{v_{0x}}{\omega_c}\sin\omega_c t. \\ \dot{y} &= v_y(t) \Longrightarrow y(t) = -\frac{v_{0x}eB}{m}\cos\left(\frac{eB}{m}t\right) + Cst. \end{aligned}$$

Comme $y(t=0) = 0 = -\frac{v_{0x}eB}{m} + Cst \Longrightarrow Cst = \frac{v_{0x}eB}{m}$. Ce qui donne finalement

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{v_{0x}}{\omega_c}\sin\omega_c t \quad \textbf{0.5pt} \\ y(t) &= +\frac{v_{0x}}{\omega_c}\left[1-\cos\omega_c t\right] \quad \textbf{0.5pt} \end{aligned}$$

d. La trajectoire est hélicoidale dont l'allure est comme suit



0.5pt

L'électron n'est pas piégé car comme son mouvement est rectiligne selon (Oz) et donc il va s'éloigner de O **0.25pt**.

2. *Partie II : Mouvement de l'électron dans un champ électrique quadrupolaire*

On considère un champ électrique quadrupolaire ayant pour expression $\vec{E} = -\alpha\left(x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}\right)$, $\alpha > 0$. On considère que l'électron est soumis uniquement à la force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$. On pose $\omega_0 = \sqrt{\frac{2\alpha e}{m}}$.

a. La seule force est $\vec{F} = e\alpha\left(x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}\right)$. Le PFD donne

$$\begin{aligned} m\vec{\gamma}(M/\mathcal{R}) &= \vec{F} \\ m\left(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}\right) &= e\alpha\left(x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}\right) \end{aligned}$$

et en projetant sur les axes, nous obtenons

$$\Longrightarrow \begin{cases} \ddot{x} = \frac{e\alpha}{m}x = \frac{\omega_0^2}{2}x & \textbf{0.25pt} \\ \ddot{y} = \frac{\omega_0^2}{2}y & \textbf{0.25pt} \\ \ddot{z} = -\omega_0^2 z & \textbf{0.25pt} \end{cases}$$

b. L'équation selon (Oz) est

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0 \Longrightarrow z(t) = A\sin(\omega_0 t - \varphi_0).$$

Comme $z(t=0) = 0 = -A\sin\varphi_0 \Longrightarrow \varphi_0 = 0$. Et $\dot{z}(t=0) = v_{0z} = \omega_0 A \Longrightarrow A = v_{0z}/\omega_0$. Ce qui donne finalement

$$z(t) = \frac{v_{0z}}{\omega_0}\sin\omega_0 t. \quad \textbf{0.75pt}$$

La fréquence est ainsi égale à $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2e\alpha}{m}}$ **0.25pt**.

c. Les équations selon les axes (Oy) et (Oz) sont données par

$$\begin{aligned} \ddot{x} - \frac{1}{2}\omega_0^2 x &= 0 \quad \textbf{0.25pt} \\ \ddot{y} - \frac{1}{2}\omega_0^2 y &= 0 \quad \textbf{0.25pt} \end{aligned}$$

L'équation différentielle en x est une équation différentielle de second ordre à coefficients constants et sans second membre. L'équation caractéristique a pour solutions $r_\pm = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0$ et l'équation horaire est $x(t) = Ae^{+\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0 t} + Be^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0 t}$ **0.5pt**. On note que x peut prendre toutes les valeurs et donc non borné **0.25pt**. Par analogie, étant donnée que l'équation différentielle en y est similaire à celle en x, alors on en déduit que $y(t) = Ae^{+\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0 t} + Be^{-\frac{\sqrt{2}}{2}\omega_0 t}$ **0.25pt** n'est pas borné également **0.25pt**.

d. Comme le mouvement de l'électron n'est pas borné dans le plan (Oxy), alors il ne peut pas être confiné par l'application seule du champ électrique quadrupolaire.

3. *Partie III : Mouvement de l'électron dans les champs magnétique et électrique*

L'électron est maintenant soumis simultanément au champ magnétique $\vec{B}$ de la partie I et au champ électrique quadrupolaire $\vec{E}$ de la partie II.

a. En explicitant les expressions de $\vec{F}_B$ et celle de $\vec{F}$, nous avons

$$\begin{aligned} m\vec{\gamma}(M/\mathcal{R}) &= \vec{F}_B + \vec{F} \\ m\left(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k}\right) &= -eB\left(\dot{y}\vec{i} - \dot{x}\vec{j}\right) + e\alpha\left(x\vec{i} + y\vec{j} - 2z\vec{k}\right) \end{aligned}$$

et en projetant sur les axes, nous obtenons

$$\Longrightarrow \begin{cases} \ddot{x} &= -\frac{eB}{m}\dot{y} + \frac{e\alpha}{m}x = -\omega_c\dot{y} + \frac{1}{2}\omega_0^2 x \quad \textbf{0.25pt} \\ \ddot{y} &= \omega_c\dot{x} + \frac{1}{2}\omega_0^2 y \quad \textbf{0.25pt} \\ \ddot{z} &= -\omega_0^2 z \quad \textbf{0.25pt} \end{cases}$$

b. L'équation selon (Oz) est identique à celle obtenue dans la question précédente et donc $z(t) = \frac{v_{0z}}{m}\sin\omega_0 t$. **0.25pt**
La fréquence est ainsi égale à $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{e\alpha}{m\pi}$. **0.25pt**

c. Pour déterminer le mouvement de l'électron dans le plan (Oxy), on utilise la variable complexe $u = x + iy$.

c.1. Nous avons $\dot{u} = \dot{x} + i\dot{y}$ et $\ddot{u} = \ddot{x} + i\ddot{y}$. En multipliant l'équation en y par i et en sommant avec celle en x

$$\begin{aligned} \ddot{u} &= i^2\omega_c\dot{y} + \frac{1}{2}\omega_0^2 x + i\omega_c\dot{x} + i\frac{1}{2}\omega_0^2 y \\ &= \frac{1}{2}\omega_0 u + i\omega_c\dot{u} \\ \Longrightarrow \ddot{u} - i\omega_c\dot{u} + \frac{1}{2}\omega_0^2 u &= 0 \quad \textbf{0.25pt} \end{aligned}$$

qui est une équation différentielle à coefficients constants et sans second membre.

c.2. Pour que l'électron soit piégé, il suffit que son mouvement dans le plan (Oxy) soit sinusoidal et donc $u(t)$ doit être sinusoidale.
L'équation caractéristique est

$$r^2 - i\omega_c r + \frac{1}{2}\omega_0^2 = 0 \quad \textbf{0.25pt}$$

dont le discriminant est $\Delta = 2\omega_0^2 - \omega_c^2$. Pour que l'on ait une solution sinusoidal, alors $\Delta < 0$ **0.25pt** et donc $\omega_c^2 > 2\omega_0^2 \Longrightarrow \omega_c > \sqrt{2}\omega_0$. Donc la valeur seuil est $\sqrt{2}\omega_0$ **0.25pt**.