Université Cadi Ayyad
Faculté des Sciences
Semlalia-Marrakech
Département de Physique

Année Universitaire 2014/2015

Module de Mécanique du Point Matériel
Série N° 3
Filières SMP/SMC/SMA

Exercice 1

Un bateau de volume globale V_b et de masse volumique ρ_b est attaché à un port maritime. Le volume du bateau plongé dans l'eau est V_e. Soit ρ_e la masse volumique de l'eau. Quelle est la condition pour que le bateau flotte sur l'eau ?

Exercice 2 : particule chargée dans une région ou règne un champ magnétique constant

Une particule M de charge q et de masse m est soumise à l'action d'un champ magnétique constant $\vec{B}$. Soit $\mathcal{R}(O, XYZ)$ un référentiel galiléen muni de la base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ telle que $\vec{B} = B\vec{k}$. La vitesse initiale de la particule est $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0\perp} + \vec{v}_{0//}$, telles que $\vec{v}_{0\perp} = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j}$, la projection de la vitesse sur le plan (OXY), et $\vec{v}_{0//} = v_{0z}\vec{k}$, la composante de la vitesse parallèle au champ magnétique. On note $\omega_c = \frac{qB}{m}$.

On néglige l'action du poids devant l'action du champ magnétique.

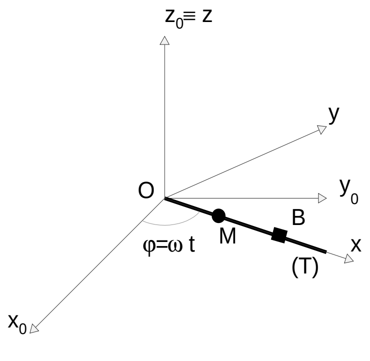
1. Donner l'expression de la force $\vec{F}_B$ à laquelle la particule est soumise par l'action du champ magnétique.
2. Appliquer le PFD et montrer que $\vec{v}_{//}$ est une constante du mouvement.
3. Exprimer $\left.\frac{d\vec{v}(M/\mathcal{R})}{dt}\right|_{\mathcal{R}}$ et déduire que le module $v = \|\vec{v}(M/\mathcal{R})\|$ est constant. En déduire que $v_\perp$ est aussi une constante du mouvement.
4. Projeter le PFD dans la base cartésienne et déduire les équations différentielles en v_x, v_y et v_z.
5. Résoudre les équations précédentes et montrer que les équations horaires du mouvement sont

$$\begin{cases} x &= \frac{v_{0\perp}}{\omega_c}\sin\omega_c t \\ y &= \frac{v_{0\perp}}{\omega_c}(1-\cos\omega_c t) \\ z &= v_{0//}t \end{cases}$$

avec $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ et $\vec{v}_0 = \vec{v}_{0\perp} + \vec{v}_{0//}$ avec $\vec{v}_{0\perp} = v_{0\perp}\vec{i}$. Quelle la nature de la trajectoire ?

Exercice 3 : Masselotte en rotation sur une tige

Une masselotte ponctuelle M, de masse m, peut glisser sans frottement sur une tige (T) perpendiculaire en O à l'axe vertical Oz, voir figure ci-contre. Soit $\mathcal{R}_0(Ox_0y_0z_0)$ un repère galiléen fixe orthonormé direct. Soient $(\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$ la base cartésienne associée. Soit $\mathcal{R}(Oxyz)$ un repère orthonormé lié à la tige (T) muni de la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. L'axe Oz est entraîné par un moteur qui fait tourner la tige (T) à la vitesse angulaire constante ω dans le plan horizontal Ox_0y_0. La masselotte est repérée par ses coordonnées polaires, (ρ, φ), dans $\mathcal{R}_0$.



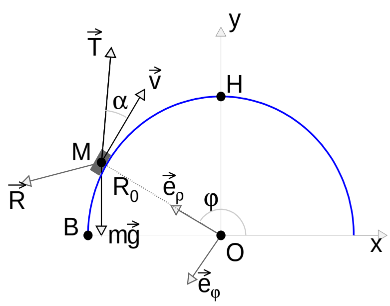
A l'instant initial $t = 0$, la tige (T) est confondue avec l'axe Ox_0 et la masselote est lancée depuis le point O avec une vitesse $\vec{v_0} = v_0\vec{i}$ où $v_0 > 0$.

1. Effectuer le bilan des forces agissant sur M dans le repère $\mathcal{R}$ et exprimer la relation fondamentale de la dynamique dans la base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
2. Déterminer l'équation horaire du mouvement $\rho(t)$ et les composantes de la réaction de la tige (T) sur M.
3. Etablir la vitesse $\vec{V}(M/\mathcal{R}_0)$. Par application du théorème du moment cinétique en O dans $\mathcal{R}_0$, retrouver les composantes de la réaction de (T) sur M.
4. A la distance D de O, on place au point B un obstacle (B) fixé sur (T). A l'instant t_B, la masselote M vient buter sur (B). Si la tige effectue un tour complet en $16s$, avec $v_0 = 0,393\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $D = 2.3\text{m}$, calculer t_B.
5. Exprimer la réaction $\vec{R}_H$ de (B) sur M quand la masselotte est arrêtée par (B).

Exercice 4 : Forces de frottement solide

Un homme tire une caisse M de bas en haut d'une colline dont la forme est assimilée à un cercle de rayon R_0, de centre O. Il exerce une force de traction $\vec{T}$ constante en norme et faisant un angle α avec le sol, voir figure ci-contre.

1. Calculer le travail de $\vec{T}$ sur le trajet.
2. Sachant que l'homme se déplace à une vitesse constante v_0, déterminer la réaction normale du sol sur la caisse $\vec{R}_N$ en fonction de $m, g, \varphi, T, \alpha, R_0$ et v_0.
3. En utilisant la loi de Coulomb, $|\vec{R}_T| = f|\vec{R}_N|$, f étant une constante, déterminer le travail de la force de frottement.



Exercice 5 : Force de frottement fluide

Un cycliste se déplace sur une ligne droite et fournit une puissance mécanique constante P. Les forces de frottement de l'air sont proportionnelles au carré de la vitesse du cycliste $\vec{F_f} = -kv\vec{v}$, k étant une constante positive. On néglige les forces de frottement du sol sur la roue. Le système formé par le cyscliste et le vélo est considéré comme un point matériel. On choisit un axe horizontal Ox et le repère terrestre est supposé galiléen.

1. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique dans sa forme différentielle, établir l'équation différentielle que vérifie le module de la vitesse v et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme
$$mv^2\frac{dv}{dx} = P - kv^3.$$
2. En posant $f(x) = P - kv^3$, déduire l'équation différentielle vérifiée par $f(x)$. Intégrer l'équation et déduire l'expression du module de la vitesse v en fonction de x, si le module de la vitesse initiale du cycliste est v_0.